

數學家故事

帶你領略數學的變化

數學家故事列車

車次：5050

起訖：HANLIN → MATH

時程：1.618

票價：NT. 3.14159

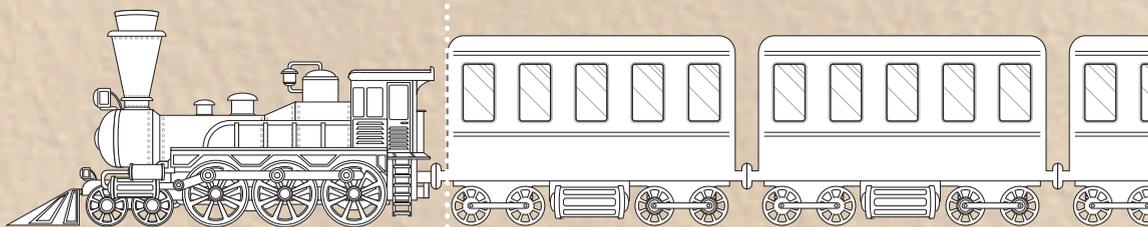
數學家故事列車

車次：5050

起訖：HANLIN → MATH

時程：1.618

票價：NT. 3.14159



HANLIN → MATH



數學家故事學習單
學用檔案連結

快搜

期刊大師



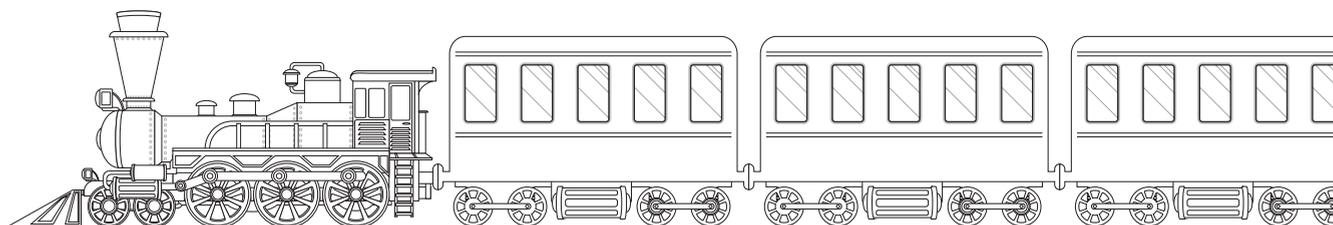
或從本書掃 code 下載



目次

Contents

◆ 尤拉	
教案	P1-2
學習單	P3
◆ 笛卡兒	
教案	P4-5
學習單	P6
◆ 畢達哥拉斯	
教案	P7-8
學習單	P9
◆ 費波那契	
教案	P10-11
學習單	P12
◆ 高斯	
教案	P13-14
學習單	P15
◆ 阿基米德	
教案	P16-17
學習單	P18
◆ 歐幾里得	
教案	P19-20
學習單	P21
◆ 巴斯卡	
教案	P22-23
學習單	P24



○○年度○○國中九年級上學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

上課週次：第 週

活動名稱	尤拉	配合課程	3-2 三角形的心	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述 <u>尤拉</u> 的故事。 2.能夠說出 <u>尤拉</u> 數學上的成就。 3.能理解三角形外心、內心及重心的意義與相關性質。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹 <u>尤拉</u> 。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	s-IV-11 理解三角形重心、外心、內心的意義和其相關性質。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	S-9-8 三角形的外心：外心的意義與外接圓；三角形的外心到三角形的三個頂點等距；直角三角形的外心即斜邊的中點。 S-9-9 三角形的內心：內心的意義與內切圓；三角形的內心到三角形的三邊等距。 S-9-10 三角形的重心：重心的意義與中線；三角形的三中線將三角形面積六等份。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節 教師播放 <u>尤拉</u> 的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/grslqD-6ZJE		10	影音設備	專注程度
介紹 <u>尤拉</u> 的生平、事蹟及數學成就，名言佳句		25	學習單	專注程度
教師統整與學生填寫學習單		10	學習單	口語表達 內容統整
第一節結束				

數學家	李昂哈德· <u>尤拉</u>
畫像	   <input checked="" type="checkbox"/> (<u>尤拉</u> ^[1]) <input type="checkbox"/> (<u>阿基米德</u> ^[2]) <input type="checkbox"/> (<u>牛頓</u> ^[3])
國籍	<input type="checkbox"/> 德國 <input type="checkbox"/> 法國 <input checked="" type="checkbox"/> 瑞士
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input type="checkbox"/> 文學 <input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 雕塑
數學成就	<u>函</u> 數、 <u>尤拉</u> 線、 <u>多面體</u> 公式、數學符號
生平介紹	<p><u>尤拉</u>出生於瑞士巴塞爾的一個牧師家庭。父親是一位牧師，經常給<u>尤拉</u>講一些有趣的<u>數學</u>故事，使得<u>尤拉</u>很早就對數學產生了濃厚的興趣。<u>尤拉</u> <u>13</u>歲時作為全校年齡最小的學生進入了<u>巴塞爾</u>大學，主修哲學和法律，但是每周都會跟當時歐洲最優秀的數學家，也是他父親最好的朋友<u>約翰·伯努利</u>學習數學。<u>尤拉</u>的父親希望<u>尤拉</u>成為一名<u>牧師</u>，但<u>約翰·伯努利</u>親自登門苦勸<u>尤拉</u>的父親允許<u>尤拉</u>學習數學，最終在勸說下同意兒子攻讀數學，從此開始了<u>尤拉</u>燦爛非凡的學術生涯。</p> <p>但在1735年一場大病之後，<u>尤拉</u> <u>右眼</u>視力不斷惡化，1738年他的右眼已經幾近失明。1766年以後由於左眼有白內障，導致了59歲的他雙眼近乎完全失明。</p> <p>沉重的打擊，仍然沒有使<u>尤拉</u>倒下。他以驚人的毅力，憑著記憶和心算進行研究，在失明後的17年間，他還口述了幾本書和<u>400</u>篇左右的論文。<u>尤拉</u>可以說是科學史上最多產的一位傑出的數學家，據統計他共寫下了<u>88</u>本書籍和論文，彼得堡科學院為了整理他的著作，足足忙碌了<u>47</u>年。</p> <p>1783年9月18日下午，<u>尤拉</u>邀請朋友們吃飯，晚餐後，<u>尤拉</u>還和小孫女逗笑，突然之間疾病發作，菸斗從他手中落下，口中喃喃自語到：<u>我死了</u>。偉大的<u>尤拉</u>止住了生命的腳步，停止了一生的計算。</p>
紀念	<ol style="list-style-type: none"> <u>高斯</u>：「研究<u>尤拉</u>的著作永遠是了解數學的最好方法」 <u>拉普拉斯</u>：「讀讀<u>尤拉</u>、讀讀<u>尤拉</u>，它是我們大家的老師！」 瑞士<u>10</u>法郎鈔票的正面<u>尤拉</u>肖像 前蘇聯發行紀念<u>尤拉</u>誕辰<u>250</u>周年的郵票。 前東德發行紀念<u>尤拉</u>逝世<u>200</u>周年的郵票。 <u>尤拉</u>和<u>阿基米德</u>、<u>牛頓</u>、<u>高斯</u>並列為世界四大數學家。
名言	如果 <u>命運</u> 是塊頑石，我就化為大錘，將它砸得粉碎！

[1] 圖 / 維基共享資源

[2] 圖 / 維基共享資源

[3] 圖 / 維基共享資源

尤拉-數學學習單

1. 柯尼斯堡七橋問題^{[4][5][6]}

當時東普魯士柯尼斯堡市區跨普列戈利亞河兩岸，河中心有兩個小島。小島與河的兩岸有七條橋連接。在所有橋都只能走一遍的前提下，是否能把這個地方所有的橋都走過？



答：否。

2. 函數

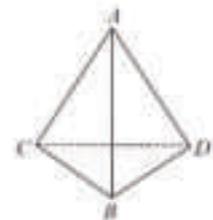
在兩個變數 x 與 y 的關係式中，如果給定一個自變數 x 的值，就恰有一個應變數 y 的值，便稱 y 是 x 的函數，我們可以記作 $y=f(x)$ ，其中 $f(x)$ 讀作「 f of x 」。若函數 $y=f(x)=2x-5$ ， $y=g(x)=x+3$ ，求 $f(3)+g(3)$ 之值。

答：7。

3. 尤拉多面體公式

凸多面體的頂點數 (Vertex, V)，面數 (Face, F)，稜邊數 (Edge, E)，存在下列固定的關係 $V+F-E=2$ 。請回答下列問題：

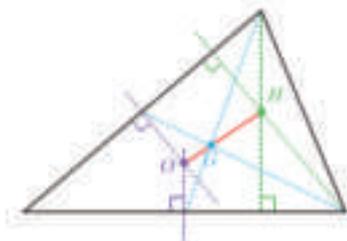
- 四面體 ABCD 的頂點數 V 為 4。
- 四面體 ABCD 的面數 F 為 4。
- 四面體 ABCD 的稜邊數 E 為 6。
- $V+F-E=$ 2。



4. 尤拉線

在任意三角形中，垂心 (H)、外心 (O)、重心 (G) 三點共線。通過這三點的直線稱為尤拉線 (右圖中的紅線)，且尤拉線上的三點中，重心到外心的距離是重心到垂心距離的一半。請回答下列問題：

- 外心 (O) 為三角形三邊的 中垂線 交點。
- 重心 (G) 為三角形三邊的 中線 交點。
- 垂心 (H) 為三角形三邊的 高 交點。
- 若 $\overline{OG}=2$ ，則 $\overline{GH}=$ 4。



[4] [5] [6] 圖 / 出處：

https://zh.wikipedia.org/wiki/%E6%9F%AF%E5%B0%BC%E6%96%AF%E5%A0%A1%E4%B8%83%E6%A1%A5%E9%97%AE%E9%A2%98#/media/File:Koenigsberg_bridges.png

○○年度○○國中七年級下學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

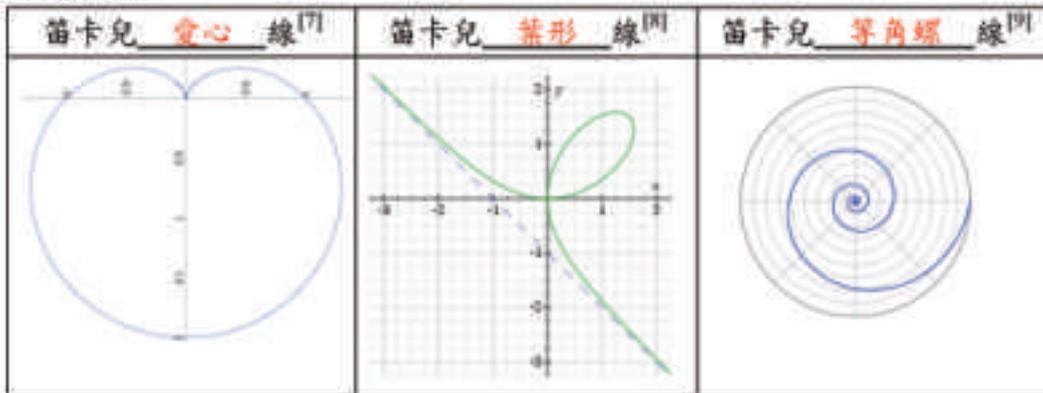
上課週次：第 週

活動名稱	笛卡兒	配合課程	2-1 直角坐標平面	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述 <u>笛卡兒</u> 的故事。 2.能夠說出 <u>笛卡兒</u> 在數學上的成就。 3.能理解坐標平面的相關名詞。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹 <u>笛卡兒</u> 。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	g-IV-1 認識直角坐標的意義與構成要素，並能報讀與標示坐標點，以及計算兩個坐標點的距離。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	G-7-1 平面直角坐標系：以平面直角坐標系、方位距離標定位置；平面直角坐標系及其相關術語（縱軸、橫軸、象限）。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放 <u>笛卡兒</u> 的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/bWqyqjIBHw	10	影音設備	專注程度
	介紹 <u>笛卡兒</u> 的生平、事蹟及成就、名言佳句	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
	第一節結束			

數學家	勒內· <u>笛卡兒</u>
畫像	 <input type="checkbox"/> (畢達哥拉斯) <input checked="" type="checkbox"/> (笛卡兒) <input type="checkbox"/> (尤拉)
國籍	<input checked="" type="checkbox"/> 法國 <input type="checkbox"/> 德國 <input type="checkbox"/> 瑞士
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input type="checkbox"/> 音樂 <input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input checked="" type="checkbox"/> 哲學
數學成就	<u>直角坐標系</u> 、 <u>笛卡兒符號法則</u> 、 <u>尤拉-笛卡兒公式</u> 、 <u>幾何學</u>
生平介紹	<p><u>笛卡兒</u>出生於地位較低的貴族家庭，1歲多時母親患<u>肺結核</u>去世，而他也受到傳染，造成從小體弱多病。但他學習成績優異，老師便允許他不用早起運動，因此，<u>笛卡兒</u>養成了喜歡安靜，善於<u>思考</u>的習慣。</p> <p>8歲時<u>笛卡兒</u>就進入拉夫賴士的耶穌會學校接受教育，受到良好的數學以及物理學訓練。1613年到普瓦捷大學學習法律。畢業後<u>笛卡兒</u>一直對職業選擇不定，又決心遊歷歐洲各地，專心尋求「<u>世界這本大書</u>」中的智慧。因此他於1618年在荷蘭<u>入伍</u>，隨軍遠遊。</p> <p><u>笛卡兒</u>對數學與物理學的興趣，是在荷蘭當兵期間產生的。他偶然在路旁公告欄上，看到用比利時荷蘭語提出的<u>數學問題</u>徵答。這引起了他的興趣，並且讓身旁的人，將他不懂的比利時荷蘭語翻譯成<u>拉丁語</u>。這位身旁的人就是以<u>撒·貝克曼</u>。<u>貝克曼</u>在數學和物理學方面有很高造詣，很快成為了他的心靈導師。4個月後，他寫信給<u>貝克曼</u>：「你是將我從<u>冷漠</u>中喚醒的人。」</p> <p>1649年<u>笛卡兒</u>受<u>瑞典女王 克里斯蒂娜</u>之邀來到斯德哥爾摩，但不幸在這片「熊、冰雪與岩石的土地」上得了<u>肺炎</u>，並在1650年2月去世。</p>
笛卡兒方法	<ol style="list-style-type: none"> 1. 凡是我沒有明確地<u>認識到</u>的東西，我絕不把它當成<u>真的接受</u>。 2. 所考慮的每一個難題，都盡可能地<u>分成細小</u>的部分來處理。 3. 按次序進行思考，從認識的<u>最簡單</u>對象開始，一點一點逐步上升，直到認識<u>最複雜</u>的對象。 4. 我們應該時常進行<u>徹底的檢查</u>，確保沒有遺漏任何東西。
名言	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>我思故我在</u>。 2. 征服你<u>自己</u>，而不要征服全世界。 3. 閱讀<u>名著</u>，有如和過去最傑出的人物促膝交談。

笛卡兒-數學學習單

1. 數學之美



2. 笛卡兒積

兩個集合 X 和 Y 的笛卡兒積，表示為 $X \times Y$ ，將第一個對象 X 的成員和第二個對象 Y 的成員中所有可能的有序對。例如：集合 $A = \{a, b\}$ ，集合 $B = \{0, 1, 2\}$ ，則 $A \times B = \{(a, 0), (a, 1), (a, 2), (b, 0), (b, 1), (b, 2)\}$ 。

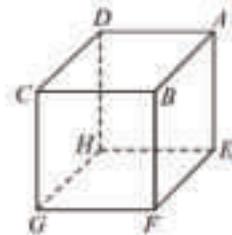
若 $M = \{\alpha, \beta, \gamma\}$ ， $N = \{\star, \circ\}$ ，試求 $M \times N$ 。

答： $M \times N = \{(\alpha, \star), (\alpha, \circ), (\beta, \star), (\beta, \circ), (\gamma, \star), (\gamma, \circ)\}$ 。

3. 尤拉-笛卡兒公式

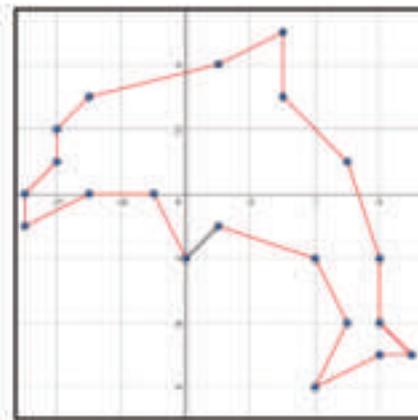
凸多面體的頂點數 (Vertex, V)，面數 (Face, F)，稜邊數 (Edge, E)，存在下列固定的關係 $V + F - E = 2$ 。請回答下列問題：

- 正方體的頂點數 V 為 8。
- 正方體的面數 F 為 6。
- 正方體的稜邊數 E 為 12。
- $V + F - E =$ 2。



4. 笛卡兒坐標系^[10]

在坐標平面上分別標出以下座標並依序連起來。 $(-5, 0) \rightarrow (-4, 1) \rightarrow (-4, 2) \rightarrow (-3, 3) \rightarrow (1, 4) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (5, 1) \rightarrow (6, -2) \rightarrow (6, -4) \rightarrow (7, -5) \rightarrow (6, -5) \rightarrow (4, -6) \rightarrow (5, -4) \rightarrow (4, -2) \rightarrow (1, -1) \rightarrow (0, -2) \rightarrow (-1, 0) \rightarrow (-3, 0) \rightarrow (-5, -1) \rightarrow (-5, 0)$ 。



[7] 圖 / <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%BF%83%E8%84%8F%E7%BA%BF>

[8] 圖 / <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%AC%9B%E5%8D%A1%E5%84%BF%E5%8F%B6%E5%BD%A2%E7%BA%BF>

[9] 圖 / 維基共享資源

[10] 圖 / 使用軟體網址 / <https://www.geogebra.org/calculator/s9rybb3a>

○○年度○○國中八年級上學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

上課週次：第 週

活動名稱	畢達哥拉斯	配合課程	2-3 畢氏定理	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述 <u>畢達哥拉斯</u> 的故事。 2.能夠說出 <u>畢達哥拉斯</u> 在數學上的成就。 3.能夠說出一組畢氏數。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹 <u>畢達哥拉斯</u> 。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	s-IV-7 理解畢氏定理與其逆敘述，並能應用於數學解題與日常生活的問題。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	S-8-6 畢氏定理：畢氏定理（勾股弦定理、商高定理）的意義及其數學史；畢氏定理在生活上的應用；三邊長滿足畢氏定理的三角形必定是直角三角形。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節				
教師播放 <u>畢達哥拉斯</u> 的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/5zZM6JTXR-c		10	影音設備	專注程度
介紹 <u>畢達哥拉斯</u> 的生平、事蹟及成就、名言佳句		25	學習單	專注程度
教師統整與學生填寫學習單		10	學習單	口語表達 內容統整
第一節結束				

數學家	<u>畢達哥拉斯</u>
畫像	 <p><input checked="" type="checkbox"/> (<u>畢達哥拉斯</u>) <input type="checkbox"/> (<u>笛卡兒</u>) <input type="checkbox"/> (<u>尤拉</u>)</p>
國籍	<input type="checkbox"/> 中國 <input type="checkbox"/> 埃及 <input checked="" type="checkbox"/> 古希臘 <input type="checkbox"/> 古羅馬
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input type="checkbox"/> 物理 <input checked="" type="checkbox"/> 音樂 <input checked="" type="checkbox"/> 哲學
事蹟或成就	<u>畢氏</u> 定理、 <u>完全</u> 數、 <u>親合</u> 數、 <u>正多面</u> 體
生平介紹	<p><u>畢達哥拉斯</u> 出生在希臘撒摩亞的貴族家庭，年青時曾到埃及和巴比倫學習數學，遊歷了當時世界上二個文化水準極高的文明古國。<u>畢達哥拉斯</u> 後來到意大利的南部傳授數學及宣傳他的哲學思想，後來和他的信徒們組成了一個所謂「<u>畢達哥拉斯學派</u>」的政治和宗教團體。</p> <p><u>畢達哥拉斯</u> 有次應邀到朋友家做客。當別人正在聊天時，他對餐廳地面上的 <u>正方形</u> 大理石感興趣，沉思於腳下大理石的排列規則。於是，著名的 <u>畢達哥拉斯</u> 定理就這樣產生了。為了慶祝自己這一偉大的成就，當時就殺了一百頭牛進行慶祝。也因此，勾股定理也被稱為「<u>百牛定理</u>」。</p> <p><u>畢達哥拉斯</u> 容許 <u>婦女</u> 來聽課，他認為婦女也是和男人一樣在求知的權利上平等，因此他的學派中就有十多名女學者。這是其他學派所無的現象。後來受到民主運動的衝擊，社團在克羅托內的活動場所遭到了嚴重的破壞。<u>畢達哥拉斯</u> 被迫移居他林敦，並於公元前 500 年去世，享年 80 歲。<u>畢達哥拉斯</u> 死後，這個學派還繼續存在 <u>兩個</u> 世紀之久，他的思想和學說對希臘文化有巨大的影響。</p>
畢達哥拉斯學派	<p><u>畢達哥拉斯</u> 學派認為 <u>萬物皆數</u>，所有數字都有寓意。<u>1</u> 是數的第一原則，萬物之母，也是智慧；<u>2</u> 是對立和否定的原則，是意見；<u>3</u> 是萬物的形體和形式；<u>4</u> 是正義，是宇宙創造者的象徵；<u>5</u> 是奇數和偶數，雄性與雌性和結合，也是婚姻；<u>6</u> 是神的生命，是靈魂；<u>7</u> 是機會；<u>8</u> 是和諧，也是愛情和友誼；<u>9</u> 是理性和強大；<u>10</u> 包容了一切數目，是完滿和美好。</p>
名言或佳句	<ol style="list-style-type: none"> <u>友誼</u> 是一種和諧的平等。 不能制約 <u>自己</u> 的人，不能稱之為 <u>自由</u> 的人。 要這樣生活；使你的 <u>朋友</u> 不致成為仇人，使你的仇人卻成為 <u>朋友</u>。

畢達哥拉斯-數學學習單

1. 完全數 (又稱完美數或完備數)

指一個正整數恰好等於它的真因數 (即除了本身以外的因數) 之和。

例如： $6=1+2+3$ ，則 6 是完全數。判斷下列數是否為完全數：

- 28 ➤ 200
- 答：是。 答：否。
- 50 ➤ 496
- 答：否。 答：是。

2. 盈數和虧數

如果一個正整數大於它的真因數之和，則稱為盈數。如果一個正整數小於它的真因數之和，則稱為虧數。判斷下列數為盈數或虧數：

- 10：盈數 虧數 ➤ 15：盈數 虧數
- 12：盈數 虧數 ➤ 18：盈數 虧數

3. 親和數 (又稱親和數、友愛數、友好數)

指兩個正整數中，彼此的全部正因數之和與另一方相等。畢達哥拉斯曾說：「朋友是你靈魂的情影，要像 220 與 284 一樣親密」。例如：220 和 284，

220 的正因數之和： $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110+220 = 284+220 = 504$

284 的正因數之和： $1+2+4+71+142+284 = 220+284 = 504$ 。

判斷下列是否為親和數：

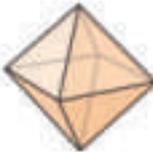
- 12 和 15：是 否 ➤ 20 和 30：是 否

4. 畢氏數 (商高數或勾股數)

符合畢氏定理「 $a^2+b^2=c^2$ 」，成為畢氏數。請勾選出下列何者為畢氏數。

- 3、4、5 5、13、14 8、15、17
- 6、8、12 7、24、25 9、15、18

5. 正多面體

正多面體	正四面體	正六面體	正八面體	正十二面體	正二十面體
立體圖形					
每面圖形	正三角形	正方形	正三角形	正五邊形	正三角形
頂點數	4	8	6	20	12
面數	4	6	8	12	20
邊數	6	12	12	30	30

○○年度○○國中八年級下學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節
上課週次：第 週

活動名稱	費波那契	配合課程	1-1 數列	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述費波那契的故事。 2.能夠說出費波那契在數學上的成就。 3.能夠理解費氏數列的定義及應用。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹費波那契。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	N-8-3 認識數列：生活中常見的數列及其規律性（包括圖形的規律性）。 N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放費波那契的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/bQZPj5UnYTY	10	影音設備	專注程度
	介紹費波那契的生平、事蹟及成就	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
	第一節結束			

數學家	李奧納多· <u>費波那契</u>																												
畫像	 <input type="checkbox"/> (畢達哥拉斯) <input type="checkbox"/> (笛卡兒) <input checked="" type="checkbox"/> (費波那契 ^[11])																												
國籍	<input type="checkbox"/> 法國 <input checked="" type="checkbox"/> 義大利 <input type="checkbox"/> 瑞士																												
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input type="checkbox"/> 音樂 <input type="checkbox"/> 哲學																												
數學成就	<u>計算之書</u> 、 <u>費氏數列</u> 、《幾何實踐》、《平方數書》、《花朵》																												
生平介紹	<p><u>費波那契</u> 1175 年出生於比薩，父親是個商人，年輕的<u>費波那契</u>協助父親工作，激發了他對算術的興趣，並學會了<u>阿拉伯數字</u>。<u>費波那契</u>很快就發現了<u>十進位</u>數字系統的好處，在數字及計算上比當時通行的但十分笨拙的<u>羅馬</u>數字系統優越得太多。因此，<u>費波那契</u>前往地中海一帶向當時著名的阿拉伯數學家學習。</p> <p>1202 年，他回到家鄉，發表了著名的《計算之書》，這本書通過在記帳、重量計算、利息、匯率和其他的套用，顯示了新的數字系統的實用價值。這本書大大影響了<u>歐洲</u>人的思想，將阿拉伯數字系統引進歐洲取代了羅馬數系。</p> <p>1225 年<u>費波那契</u>受到<u>神聖羅馬</u>帝國皇帝腓特烈二世的召見，成為宮庭<u>數學家</u>，向市民和官吏講授計算方法。<u>費波那契</u>數學著作《花朵》內容多為腓特烈二世宮廷數學競賽問題。</p>																												
《計算之書》- 兔子問題	<p>某人養了一對幼兔（雌雄各一），假設幼兔經過一個月就能完全長成成兔，此後每經過一個月便可以生一對幼兔，在持續生育且皆不死亡的理想狀況下，兔子的對數呈現什麼情形呢？</p> <table border="1" data-bbox="520 1457 1428 2008"> <thead> <tr> <th></th> <th>一月</th> <th>二月</th> <th>三月</th> <th>四月</th> <th>五月</th> <th>六月</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>幼兔</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>成兔</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>總對數</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>8</td> </tr> </tbody> </table>		一月	二月	三月	四月	五月	六月	幼兔	1	1	2	3	5	8	成兔	0	1	1	2	3	5	總對數	1	1	2	3	5	8
	一月	二月	三月	四月	五月	六月																							
幼兔	1	1	2	3	5	8																							
成兔	0	1	1	2	3	5																							
總對數	1	1	2	3	5	8																							

[11] 圖 / 維基共享資源

費波那契-數學學習單

1. 費氏數列

從《計算之書》的兔子問題可以得到兔子的對數依次為 1, 1, 2, 3, 5, 8, ……，這些數形成一個數列，稱為費氏數列。這個數列的規律是：從第 3 項開始，每一項等於前二項的和。請依其規律在空格中填入適當的數：

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, ……。

2. 請計算下列之值：

(1) $1+1 = \underline{1}$ 。

(6) $13+8 = \underline{1.625}$ 。

(2) $2+1 = \underline{2}$ 。

(7) $21+13 = \underline{1.615}$ 。

(3) $3+2 = \underline{1.5}$ 。

(8) $34+21 = \underline{1.619}$ 。

(4) $5+3 = \underline{1.667}$ 。

(9) $55+34 = \underline{1.618}$ 。

(5) $8+5 = \underline{1.6}$ 。

(10) $89+55 = \underline{1.618}$ 。

➤將費氏數列前後項倆倆相除可發現其值會趨近於 1.618。

3. 黃金比例

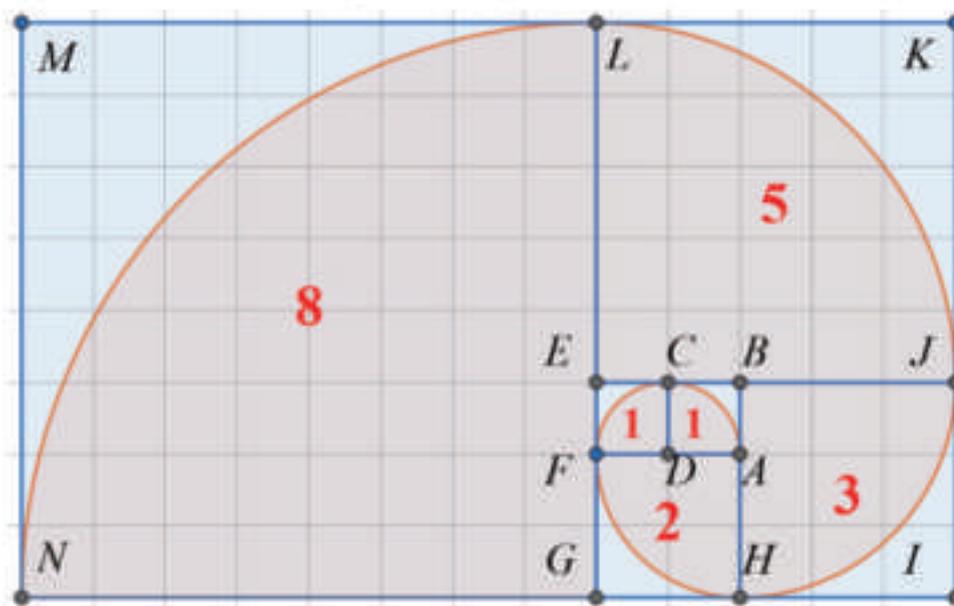
\overline{AB} 、 \overline{AC} 、 \overline{BC} 三線段的長度滿足 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}$ 的關係， $\overline{AC} : \overline{BC}$ 稱為黃金分割比。若 $\overline{BC} = 1$ ， $\overline{AC} = x$ ，則可表示為 $(1+x) : x = x : 1$ ，請求出 x 之值。

答： $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1.618$ 。



4. 費氏數列與黃金矩形^[12]

請標示出每個正方形的邊長，並沿著 $N \rightarrow L \rightarrow J \rightarrow H \rightarrow F \rightarrow C \rightarrow A$ 劃出弧線。



[12] 圖 / 使用軟體網址：<https://www.geogebra.org/calculator/jadvxhxf>

○○年度○○國中八年級下學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

上課週次：第 週

活動名稱	高斯	配合課程	1-2 等差級數	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述高斯的故事。 2.能夠說出高斯在數學上的成就。 3.能夠說出由圖形的規律推得高斯求等差級數和的方法。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹高斯。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	n-IV-8 理解等差級數的求和公式，並能運用到日常生活的情境解決問題。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放高斯的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/5SQRhXCJo4c	10	影音設備	專注程度
	介紹高斯的生平、事蹟及成就、名言佳句	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
第一節結束				

數學家	約翰·卡爾·弗里德里希· <u>高斯</u>
畫像	  
	<input type="checkbox"/> (<u>尤拉</u> ^[13]) <input type="checkbox"/> (<u>牛頓</u> ^[14]) <input checked="" type="checkbox"/> (<u>高斯</u>)
國籍	<input type="checkbox"/> 法國 <input checked="" type="checkbox"/> 德國 <input type="checkbox"/> 瑞士
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input checked="" type="checkbox"/> 天文 <input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input checked="" type="checkbox"/> 大地測量
數學成就	<u>等差級數</u> 求和、 <u>正 17 邊形</u> 作圖、最小平方法、《算術研究》
生平介紹	<p>高斯出生於 1777 年，是一對普通夫婦的兒子，他的父親曾做過園丁、工頭、商人的助手和一個小保險公司的評估師，而年僅 <u>3</u> 歲時便能夠糾正父親記帳目時的錯誤。<u>9</u> 歲時，面臨老師所出的數學難題「把 <u>1</u> 加到 <u>100</u> 的總和」，能快速計算等差數列的能力。</p> <p>高斯在 <u>18</u> 歲時，發現了最小平方法，以此為基礎，他測量天體的運行軌跡，成功算出了小行星<u>穀神星</u>的運行軌跡。<u>19</u> 歲時，他只使用尺規，就繪製出了<u>正 17 邊形</u>，為了紀念通宵完成的正十七邊形，高斯特意留下遺言，把正十七邊形刻於他的<u>墓碑</u>之上。</p> <p>1818 年至 1826 年間，高斯主導了漢諾瓦公國的<u>大地測量</u>工作。高斯親自參加野外測量工作。他白天觀測，夜晚計算。期間經他親自計算過的大地測量數據超過 100 萬個。高斯計算觀測成果後，寫出了近 <u>20</u> 篇對現代大地測量學具有重大意義的論文。</p> <p>1831 年，高斯開始與<u>物理學</u>教授<u>威廉·韋伯</u>合作，在<u>電磁學</u>方面展開研究，發現了基爾霍夫的電路規律，也制定出了高斯定律，將電荷的分佈與所產生的電場做出了連結，繪製出世界上第一張<u>地球磁場</u>圖，並且明確定出地球磁<u>南極</u>與磁<u>北極</u>位置。兩人也在 1833 年運用電磁學，製造出第一個<u>電報機</u>。</p> <p>高斯是個充滿熱情且工作認真的<u>完美主義者</u>。他從來不是個多產作家，他拒絕發布他認為<u>不完整</u>的作品。數學歷史學家曾說：「若高斯及時發表他的發現，將使高等數學往前推<u>半世紀</u>。」</p>
紀念	<ol style="list-style-type: none"> 紀念獎章「漢諾威王喬治 V 獻給<u>數學王子</u>高斯」。 德國<u>10 馬克</u>鈔票的正面為高斯肖像。 <u>月球上</u>的坑洞以他來命名：<u>小行星 1001</u> 又稱為「高斯星」。 高斯和<u>阿基米德</u>、<u>牛頓</u>並列為世界三大數學家。
座右銘 名言	<ol style="list-style-type: none"> <u>稀少</u>，但成熟。 數學，<u>科學</u>的皇后；<u>算術</u>，數學的皇后。

[13] 圖 / 維基共享資源

[14] 圖 / 維基共享資源

高斯-數學學習單

1. 高斯符號

一個數學符號以 $[x]$ 表示，是指「小於或等於 x 的最大整數」。

例如： $[3.6]=3$ ， $[1]=1$ ， $[-2.2]=-3$ 。請寫出下列的數值：

➤ $[7.3] = \underline{7}$ 。

➤ $[-0.3] = \underline{-1}$ 。

➤ $[17] = \underline{17}$ 。

➤ $[-3.7] = \underline{-4}$ 。

2. 同餘符號

兩個整數 a 、 b ，若它們除以正整數 m 所得的餘數相等，稱 a 同餘 $b \pmod{m}$ ，

記作 $a \equiv b \pmod{m}$ 。例如： $8 \equiv 5 \pmod{3}$ 。請回答下列問題：

➤ $7 \equiv \underline{1} \pmod{3}$

➤ $22 \equiv \underline{2} \pmod{5}$

➤ $20 \equiv \underline{0} \pmod{4}$

➤ $24 \equiv \underline{3} \pmod{7}$

3. 復活節日期

復活節為每年春分滿月後的首個星期日，因此每年復活節皆不固定。高斯母親沒有記下他的出生日期，只記得他是在復活節後39天生出的，因此，高斯為了計算出他的生日，找出復活節的算法，命名為「高斯演算法」。

請依下列步驟算出2022年的復活節日期：

$Y=2022$ 、 $M=24$ 、 $N=5$ ， a 、 b 、 c 、 d 、 e 取最小非負整數。

$$Y \equiv \underline{a} \pmod{19}$$

$$Y \equiv \underline{b} \pmod{4}$$

$$Y \equiv \underline{c} \pmod{7}$$

$$(19a+M) \equiv \underline{d} \pmod{30}$$

$$(2b+4c+6d+N) \equiv \underline{e} \pmod{7}$$

若 $d+e < 10$ ，則復活節在3月 $(d+e+22)$ 日，

若 $d+e > 10$ 則在4月 $(d+e-9)$ 日。

答： $a=8$ 、 $b=2$ 、 $c=6$ 、 $d=26$ 、 $e=0$ ，2022年復活節為4月17日。

4. 等差級數求和

如果一個等差級數的首項為 a_1 ，末項為 a_n ，則此等差級數前 n 項的和為

$$S_n = \frac{n(a_1+a_n)}{2}，即等差級數的和為 \frac{項數 \times (首項+末項)}{2}。$$

求50個連續偶數 $2+4+6+8+\dots+100$ 的和是多少？

答：2550。

○○年度○○國中八年級上學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節
上課週次：第 週

活動名稱	阿基米德	配合課程	3-1 角柱與圓柱	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述阿基米德的故事。 2.能夠說出阿基米德在數學上的成就。 3.能求出圓柱的體積與表面積。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹阿基米德。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	s-IV-16 理解簡單的立體圖形及其三視圖與平面展開圖，並能計算立體圖形的表面積、側面積及體積。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	S-9-13 表面積與體積：直角柱、直圓錐、正角錐的展開圖；直角柱、直圓錐、正角錐的表面積；直角柱的體積。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放阿基米德的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/zUoVxpPn1WM	10	影音設備	專注程度
	介紹阿基米德的生平、事蹟及成就、名言佳句	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
	第一節結束			

數學家	<u>阿基米德</u>
畫像	 <input checked="" type="checkbox"/> (阿基米德) <input type="checkbox"/> (畢達哥拉斯) <input type="checkbox"/> (笛卡兒)
朝代	<input type="checkbox"/> 埃及 <input type="checkbox"/> 古羅馬 <input checked="" type="checkbox"/> 古希臘
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學 <input type="checkbox"/> 音樂 <input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 藝術
數學成就	<u>圓周率</u> 估計值、 <u>球體</u> 體積、 <u>球體</u> 表面積、 <u>大數</u> 記法
生平介紹	<p>公元前 287 年阿基米德出生於敘拉古城，父親是天文學家和數學家，從小受家庭影響，十分喜愛數學。九歲時，父親送他到埃及的「<u>智慧之都</u>」亞歷山大城唸書，亞歷山大城是當時西方世界的知識、文化中心。阿基米德在這裡隨許多著名的數學家學習，包括有名的幾何學大師<u>歐幾里得</u>。</p> <p>求學歷程後，阿基米德回到故鄉敘拉古，受到國王的禮遇，經常出入宮廷。有次國王叫金匠造一頂<u>純金</u> 的皇冠，因懷疑裡面摻有銀子，便請阿基米德鑒定一下。當他進入浴盆<u>洗澡</u> 時，水漫溢到盆外，領悟到被水的浮力所抵消的重量等於排出水的重量。根據這道理，就可判斷皇冠是否摻假。阿基米德高興得跳起來，赤身奔回家中，口中大呼：「Eureka! Eureka! (發現了!)」。他將這一流體靜力學的基本原理，總結在他的名著《論浮體》。</p> <p>公元前 3 世紀末，正是羅馬共和國與迦太基，為了爭奪西西里島的霸權而開戰的時期。當時阿基米德造了巨大的<u>起重機</u>，可以將敵人的戰艦吊到半空中，然後重重摔下使戰艦在水面上粉碎。他還利用槓桿原理製造出一批<u>投石機</u>，凡是靠近城牆的敵人，都難逃他飛石與標槍的攻擊。這些武器弄得羅馬軍隊驚慌失措、人人害怕，連大將軍馬克盧斯也不得不承認「這是場<u>羅馬</u> 艦隊與阿基米德一人的戰爭」。</p> <p>公元前 212 年，古羅馬軍隊入侵敘拉古，相傳羅馬軍隊進城時，阿基米德還在自家前的地上畫圖研究幾何問題。當羅馬士兵走近時踩壞了畫在沙地上的圖形。阿基米德大罵：「別碰<u>我的圖</u>！」，被一氣之下的士兵所殺了。阿基米德的遺體葬在西西里島，墓碑上刻著一個<u>圓柱內切球</u> 的圖形，以紀念他在幾何學上的卓越貢獻。</p>
紀念	阿基米德和 <u>高斯</u> 、 <u>牛頓</u> 並列為世界三大數學家。
名言	1. 給我一個 <u>支點</u> ，我就能舉起整個 <u>地球</u> 。 2. 即使對於君主，研究學問的道路也是沒有 <u>捷徑</u> 的。

阿基米德-數學學習單

1. 大數記法

阿基米德從當時古希臘算術里已有的最大數「米亞德(=萬)」開始。他創造了一個新數「米亞德米亞德(=億)」，稱作第二級單位，然後，他通過求米亞德米亞德的平方得到第三級單位，再通過求米亞德米亞德的三次方得到第四級單位，以此類推。請以科學記號表示阿基米德的大數記法：

- 米亞德 = 10^4 ➤ 米亞德米亞德的平方 = 10^{16}
 ➤ 米亞德米亞德 = 10^8 ➤ 米亞德米亞德的三次方 = 10^{24}

2. 中文大數記法

中文	十	百	千	萬	億	兆	京	垓	穰	...	古戈爾
數	10^1	10^2	10^3	10^4	10^8	10^{12}	10^{16}	10^{20}	10^{24}	...	10^{100}

請參照上表表示阿基米德的大數記法：

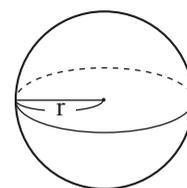
- 米亞德 = 萬 ➤ 米亞德米亞德的平方 = 京
 ➤ 米亞德米亞德 = 億 ➤ 米亞德米亞德的三次方 = 穰

3. 球體的表面積

球體的表面積 = $4 \times$ 內接最大圓面積。

若內接最大圓半徑為 2，試求球體表面積。

答： 16π 。



4. 圓柱與球體

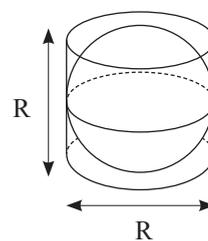
如右圖，若圓柱底面直徑和圓柱高與球體的直徑相等，

則圓柱內切球體的體積 = $\frac{2}{3} \times$ 圓柱體積。

(1) 若圓柱底面半徑為 3，試求圓柱體。

(2) 呈上題，求出球體的體積。

答：(1) 54π 。(2) 36π 。

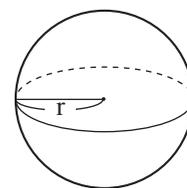


5. 球體的表面積與體積

呈第 3 題及第 4 題，若球體半徑為 r ，則：

球體的表面積為： $4\pi r^2$ 。

球體的體積為： $\frac{4}{3}\pi r^3$ 。



○○年度○○國中七年級上學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

上課週次：第 週

活動名稱	歐幾里得	配合課程	CH4 線對稱與三視圖	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述 <u>歐幾里得</u> 的故事。 2.能夠說出 <u>歐幾里得</u> 在數學上的成就。 3.能夠說出《幾何原本》五大公設。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹 <u>歐幾里得</u> 。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	s-IV-1 理解常用幾何形體的定義、符號、性質，並應用於幾何問題的解題。 s-IV-3 理解兩條直線的垂直和平行的意義，以及各種性質，並能應用於解決幾何與日常生活的問題。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	S-7-1 簡單圖形與幾何符號：點、線、線段、射線、角、三角形與其符號的介紹。 S-7-3 垂直：垂直的符號；線段的中垂線；點到直線距離的意義。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放 <u>歐幾里得</u> 的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/lm17ImAA7og	10	影音設備	專注程度
	介紹 <u>歐幾里得</u> 的生平、事蹟及成就、《幾何原本》 https://youtu.be/SF3Wp-dkDA	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
第一節結束				

數學家	<u>歐基里德</u>		
畫像			
	<input type="checkbox"/> (阿基米德)	<input type="checkbox"/> (畢達哥拉斯)	<input checked="" type="checkbox"/> (歐基里德)
朝代	<input type="checkbox"/> 埃及	<input checked="" type="checkbox"/> 古希臘	<input type="checkbox"/> 古羅馬
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學	<input type="checkbox"/> 文學	<input type="checkbox"/> 藝術
數學成就	<u>幾何原本</u> 、 <u>五大公設</u> 、 <u>歐式幾何</u> 、 <u>輾轉相除法</u>		
生平介紹	<p>歐幾里得出生於雅典，年少的他迫不及待地想進入<u>柏拉圖</u>學園學習。而當時<u>柏拉圖</u>親自立下規矩「不懂<u>幾何</u>者，不得入內！」，為的是讓學生們知道他對數學的重視。當其他人還在猶豫時，<u>歐幾里得</u>果斷地推開了學園大門，頭也沒有回地走了進去。</p> <p>幾何學興起於公元前7世紀的古埃及，經<u>畢達哥拉斯</u>學派系統奠基，加上<u>柏拉圖</u>的數學思想，在<u>歐幾里得</u>以前，人們已經積累了許多幾何學的知識，然而這些知識存在一個很大的缺點和不足，就是缺乏<u>系統性</u>。因此，<u>歐幾里得</u>來到亞歷山大城，一邊收集以往的數學專著和手稿，向有關學者請教，一邊試著著書立說，闡明自己對幾何學的理解。終於在公元前300年完成傳世之作《<u>幾何原本</u>》，實現了系統化、條理化，而且又孕育出一個全新的研究領域—<u>歐幾里得幾何學</u>，簡稱<u>歐氏幾何</u>。</p> <p>關於<u>歐幾里得</u>的生平，沒有詳細的記載。然而，卻流傳著許多關於他的有趣的故事。托勒密國王向<u>歐幾里得</u>討教學習幾何學的捷徑，<u>歐幾里得</u>答道：「幾何<u>無王者之道</u>」。意思是說，在幾何學裏，沒有一步登天的捷徑，只有一步一個腳印、踏踏實實地學習，才能學有所成。</p> <p>另一個故事，有一個學生剛開始學習第一個命題，就問<u>歐幾里得</u>學了幾何之後將得到些什麼。<u>歐幾里得</u>對身邊的侍從說：「給他<u>三個錢幣</u>，因為他想在學習中獲取實利」。足見，<u>歐幾里德</u>治學嚴謹，反對不肯刻苦鑽研投機取巧的思想作風。</p>		
評價	<ol style="list-style-type: none"> 1. <u>歐幾里德</u>被譽為「<u>幾何學</u>之父」。 2. 《幾何原本》至今已有<u>1000</u>多種不同的版本。出版量僅次於《聖經》位居世界<u>第二</u>。 3. <u>愛因斯坦</u>：「如果<u>歐幾里得</u>未激發你少年時代的科學熱情，那你肯定不是<u>天才</u>科學家」。 		
名言	幾何學無坦途。		

歐基里德-數學學習單

1. 《幾何原本》-五大公設^[15]

公設 1：任意一點到另外任意一點可以畫 直線。

公設 2：一條 有限線段 可以繼續延長。

公設 3：以任意點為心及任意的距離可以畫 圓。

公設 4：凡 直角 都彼此相等。

公設 5：同平面內一條直線和另外兩條直線相交，若在某一側的兩個內角和小於二 直角 的和，則這二直線經無限延長後在這一側相交。



2. 《幾何原本》第一卷-點、線、角定義

判斷下列敘述是否正確：

定義	是	否
1. 點：點可以再分割成部分。		✓
2. 線：線是有寬度的長度。		✓
3. 線的兩端是點。	✓	
4. 直線：直線是點沿著一定方向及其相反方向平鋪。	✓	
5. 直角與垂線：一條直線與另一條直線相交所形成的兩鄰角相等，兩角皆稱為直角，其中一條稱為另一條的垂線。	✓	
6. 鈍角：小於直角的角。		✓
7. 銳角：大於直角的角。		✓
8. 三角形中，有一個角為直角的是直角三角形；有一個角為鈍角的稱鈍角三角形；有一個角為銳角的為銳角三角形。		✓
9. 平行線：在同一個平面內向兩端無限延長不能相交的直線。	✓	

3. 《幾何原本》-第七卷-輾轉相除法^[16]

輾轉相除法又名歐幾里得算法，在求兩個正整數之最大公因數。適用於當兩數很大或不易找到兩數的公因數。例如：以 (703, 407) 為例：

說明	直式	圖示
$703 \div 407 = 1 \dots 296$ $407 \div 296 = 1 \dots 111$ $296 \div 111 = 2 \dots 74$ $111 \div 74 = 1 \dots 37$ $74 \div 37 = 2$	$\begin{array}{r rr l} 1 & 703 & 407 & 1 \\ & 407 & 296 & \\ \hline 2 & 296 & 111 & 1 \\ & 222 & 74 & \\ \hline 2 & 74 & 37 & \\ & 74 & & \\ \hline & 0 & & \end{array}$	

請用輾轉相除法求 (2183, 2419)。

答：59。

[15] 圖 / <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B9%B3%E8%A1%8C%E5%85%AC%E8%A8%AD>

[16] 圖 / 使用軟體網址 / <https://www.geogebra.org/calculator/nevs9dja>

○○年度○○國中九年級下學期 數學 領域彈性課程教案

設計人：李佳音

教學節數：共 1 節

上課週次：第 週

活動名稱	巴斯卡	配合課程	2-2 機率	
教材來源	網路資源、自編內容			
學習目標	1.能夠與人描述 <u>巴斯卡</u> 的故事。 2.能夠說出 <u>巴斯卡</u> 在數學上的成就。 3.能理解巴斯卡三角形及樹狀圖。			
學習重點	1.同學專心聆聽老師介紹 <u>巴斯卡</u> 。 2.同學能夠統整歸納老師的證明並加以紀錄。 3.學生能夠聆聽教師答案的統整歸納並加以紀錄。			
教學準備	教師準備： 影音設備、學習單	學生準備：	筆	
教學資源	學習單			
核心素養項目	A2 系統思考與解決問題 B1 符號運用與溝通表達	核心素養 具體內涵	數-J-A2 數-J-B1	
學習表現	d-IV-2 理解機率的意義，能以機率表示不確定性和以樹狀圖分析所有的可能性，並能應用機率到簡單的日常生活情境解決問題。	議題融入	【閱讀素養教育】 閱 J3 理解學科知識內的重要詞彙的意涵，並懂得如何運用該詞彙與他人進行溝通。	
學習內容	D-9-2 認識機率：機率的意義；樹狀圖。 D-9-3 古典機率：具有對稱性的情境下之機率；不具對稱性的物體之機率探究。		【品德教育】 品 J8 理性溝通與問題解決。 品 J9 知行合一與自我反省。	
教學指導要點（活動流程）		教學時間	教學資源	評量方式
第一節	教師播放 <u>巴斯卡</u> 的故事影片，並發放學習單 https://youtu.be/080BWLsDYfg	10	影音設備	專注程度
	介紹 <u>巴斯卡</u> 的生平、事蹟及成就、名言佳句	25	學習單	專注程度
	教師統整與學生填寫學習單	10	學習單	口語表達 內容統整
	第一節結束			

數學家	布萊茲· <u>巴斯卡</u>		
畫像	 <input type="checkbox"/> (<u>尤拉</u> ^[17])	 <input type="checkbox"/> (<u>阿基米德</u> ^[18])	 <input checked="" type="checkbox"/> (<u>巴斯卡</u> ^[19])
朝代	<input type="checkbox"/> 德國	<input checked="" type="checkbox"/> 法國	<input type="checkbox"/> 瑞士
研究領域	<input checked="" type="checkbox"/> 數學	<input checked="" type="checkbox"/> 哲學	<input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 藝術
數學成就	巴斯卡 <u>三角形</u> 、 <u>機率</u> 論、巴斯卡 <u>計算器</u>		
生平介紹	<p><u>巴斯卡</u> 1623 年生於法國，從小體質虛弱，三歲喪母。父親是一名羅勃貴族和當地法官，對數學和科學上有著很大的興趣。<u>巴斯卡</u> 沒有受過正規的 <u>學校教育</u>，從小由 <u>父親</u> 進行教育和培養。</p> <p>1631 年 <u>巴斯卡</u> 全家移居巴黎。父親常帶著 <u>巴斯卡</u> 與巴黎一流的幾何學家如 <u>梅森</u>、<u>費馬</u>、<u>伽利略</u>、<u>德扎爾格</u> 和 <u>笛卡兒</u> 等人交談。<u>巴斯卡</u> 也在此時表現出在數學上很高的天賦。<u>11</u> 歲時 <u>巴斯卡</u> 寫了一篇關於振動與聲音的關係的文章，這使得父親擔心兒子會影響希臘和拉丁文的學習，於是禁止他在 <u>15</u> 歲前學習 <u>數學</u>。當 <u>巴斯卡</u> <u>12</u> 歲時，父親看見他自己發現了「三角形的內角和等於 <u>180</u> 度」後，父親便拿出《<u>幾何原本</u>》，親自教導 <u>巴斯卡</u> 學習數學。</p> <p><u>巴斯卡</u> <u>13</u> 歲時發現「<u>巴斯卡三角形</u>」，<u>16</u> 歲發現著名的 <u>巴斯卡六邊形定理</u>。<u>笛卡兒</u> 對此大為讚賞，但是不敢相信這是出自一個 <u>16</u> 歲少年之手。<u>17</u> 歲完成《<u>圓錐曲線論</u>》。<u>19</u> 歲時為了幫助父親做稅務計算工作，設計並製作了世界上第一台能自動進位的 <u>計算器</u>。<u>28</u> 歲發明水銀氣壓計，並創造了 <u>水壓機</u>。<u>31</u> 歲時，在一個熱衷於賭博問題的朋友的影響下，<u>巴斯卡</u> 和 <u>費馬</u> 通信討論，並因此誕生了數學 <u>機率論</u>。</p> <p><u>1654</u> 年 <u>巴斯卡</u> 乘馬車發生意外，差一點掉進河裡去。此後他投入於 <u>宗教</u> 的思考，發表了許多人類苦難和對上帝信仰的著作。而 <u>巴斯卡</u> 從小就體質虛弱，又因過度勞累而使疾病纏身，最終於 <u>1662</u> 年 <u>8</u> 月 <u>19</u> 日逝世，終年 <u>39</u> 歲。</p>		
紀念及評價	國際單位制中的壓強單位 <u>帕斯卡 (Pa)</u> 以他的名字命名。 數學家達朗貝爾：「 <u>巴斯卡</u> 是從 <u>阿基米德</u> 過渡到 <u>牛頓</u> 的中間橋樑。」 <u>萊布尼茲</u> ：「讀 <u>巴斯卡</u> 的著作，像觸電一樣，悟到了一些道理。」		
名言	給時光以 <u>生命</u> ，而不是給生命以時光。 正義若無力量，是 <u>無助</u> ；力量若無正義，則是 <u>暴虐</u> 。 生命的長短不能以時間來衡量，心中有 <u>愛</u> 時，剎那便是永恆。		

[17] 圖 / 維基共享資源

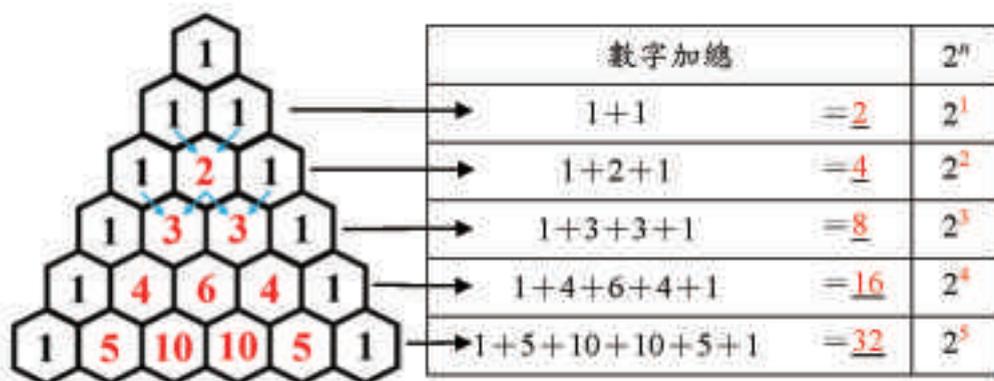
[18] 圖 / 維基共享資源

[19] 圖 / <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E5%B8%83%E8%8E%B1%E5%85%B9%C2%B7%E5%B8%95%E6%96%AF%E5%8D%A1>

巴斯卡-數學學習單

1. 巴斯卡三角形

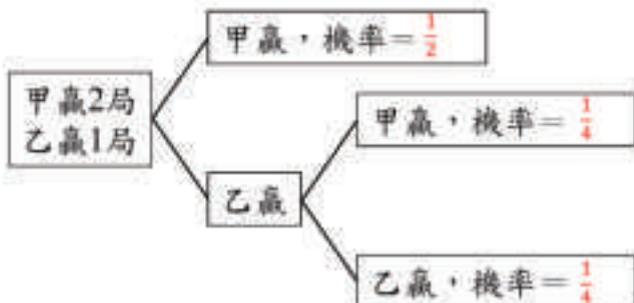
除了每行最左側與最右側的數字以外，每個數字等於它的左上方與右上方兩個數字之和。請依照規則將數字填入下方空格中。



n	$(a+b)^n$	展開	系數
$n=2$	$(a+b)^1$	$a+b$	1 1
$n=2$	$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	1 2 1
$n=3$	$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	1 3 3 1
$n=4$	$(a+b)^4$	$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	1 4 6 4 1
$n=5$	$(a+b)^5$	$a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$	1 5 10 10 5 1

2. 未完成的賭局

甲乙兩人進行賭博，各出資賭金 6 金幣，並約定誰先贏了 3 局就可以拿到所有賭金。當甲贏了 2 局，乙贏了 1 局後，遊戲因故必須終止，這時，賭金該如何分配？有人認為，這是個比例問題，所以應該用 2:1 的比例進行分配，甲拿 8 金幣；乙拿 4 金幣。然而有人認為這樣的分配方法不公平。因為對甲來說，只要再贏 1 局，就可以拿走所有賭金，而乙則還需要再贏 2 局。就難度來說，乙的難度遠大於甲，但如果用 2:1 的方式分配，獎金差異卻沒有難度差異來的大。因此，巴斯卡認為獎金分配比例應該與賭博中止後雙方輸贏的各種可能性有關。請用數狀圖計算甲乙分別贏的機率以及拿到的賭金。



答：甲贏的機率為： $\frac{3}{4}$ ，乙贏的機率為： $\frac{1}{4}$ 。甲拿 9 金幣，乙拿 3 金幣。

